Il punto nella terminologia matematica greca

VINCENZO VITA

Memoria presentata da A. SEIDENBERG

Summary

In this note we claim that the two words *στιγμή* and *σημεῖον*, which were used in Greece to indicate the geometrical point, had both been introduced in the scientific language in the first half of the IVth century B.C., and that they became popular independently of each other in two different cultural circles, those of philosophy and of mathematics, respectively.

We propose therefore, in contrast to a conjecture by HEIBERG, a new explanation for the predominance of *σημεῖον* during the golden age of Greek mathematics and for the resurgence of *στιγμή* during the period of decadence.

1.

Il celebre trattato di EUCLIDE, gli *Elementi*, inizia con l'altrettanto celebre definizione di punto:

Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν

(*punto* è ciò di cui non esiste una parte),

nella quale è adoperato il termine *τὸ σημεῖον*, che nella stessa opera, nelle altre opere dello stesso EUCLIDE ed in quelle di ARCHIMEDE, APOLLONIO e gli altri geometri a questi posteriori, resta l'unico termine impiegato per indicare quest'ente geometrico.

Ma nella letteratura matematica greca per esprimere lo stesso concetto è adoperato anche il termine *ἡ στιγμή*.

Nella presente nota ci proponiamo di ricercare i periodi storici in cui l'uno e l'altro termine sono stati introdotti, di risalire, attraverso l'esame dei criteri d'impiego o di eventuali sfumature di significato, agli ambienti culturali nei quali essi si sono affermati e diffusi e di seguire anche l'evoluzione del loro impiego.

Per compiere questa ricerca è necessario procedere all'esame non solo delle opere di contenuto matematico, ma anche delle pagine delle opere filosofiche in cui sono discusse questioni di natura matematica, esame che purtroppo, per il periodo preeuclideo, non può essere esauriente perchè, mentre per le seconde è possibile attingere agli scritti di PLATONE e di ARISTOTELE, non abbiamo a disposizione le prime, definitivamente eclissate dal testo euclideo.

La ricostruzione che proponiamo ha quindi il valore di una semplice congettura.

2.

La nostra indagine incomincia con PITAGORA.

Sulla scia dei filosofi della Scuola ionica, che in Grecia nel VI secolo hanno dato inizio all'attività speculativa dell'uomo ricercando l'elemento primo di ogni cosa esistente nel mondo, PITAGORA individua questo in un elemento immateriale, il "numero", ed avvia così quel processo di sistemazione razionale della geometria e quella ricerca dei concetti fondamentali di essa che tre secoli dopo sfoceranno nel testo di EUCLIDE.

Ce lo attesta PROCLO nel suo *Commento al primo libro degli Elementi di Euclide* quando, in un sintetico "riassunto storico" della geometria, afferma:

"Pitagora diresse lo studio di essa verso una forma di dottrina liberale, investigando dall'alto i suoi principi e studiando i teoremi sotto l'aspetto immateriale e teorico" (65, 15–19).

ARISTOTELE a sua volta riferisce:

"Coloro che sono chiamati Pitagorici furono i primi a dedicarsi alle scienze matematiche ed a farle avanzare e, avendo trovato in esse il proprio alimento, ritennero che i principi di esse coincidessero con i principi di tutte le cose" (*Metaph.* A 5, 985b 23–26).

Dalle loro speculazioni i Pitagorici sono portati ad escogitare una teoria aritmo-geometrica nella quale l'unità aritmetica, non numero per se stesso ma elemento generatore della serie numerica, coincide con il punto geometrico, pensato come elemento costitutivo delle figure geometriche, e nella quale i numeri rappresentano non solo e non tanto entità aritmetiche, quanto, attraverso le diverse disposizioni spaziali delle unità che li compongono, figure geometriche che "imitano" (*Metaph.* A 6, 987 b 12) l'essenza ultima delle cose.

Per indicare quest'unico ente punto-unità essi introducono il termine *ἡ μονάς*, la "monade".

Ma la scoperta della incommensurabilità tra il lato e la diagonale di un quadrato[1] mette in crisi i fondamenti della aritmo-geometrica e porta ad una revi-

[1] E' questo, a giudizio dei più autorevoli studiosi di storia della matematica, il primo caso osservato di linee incommensurabili. Altri studiosi (*cfr.* K. v. FRITZ, *The discovery of incommesurability by Hippasus of Metapontum*, in "Annals of Mathema-

sione critica dei suoi principi. L'esistenza infatti della monade, che per due linee qualsiasi può assumere, essendo la monade il più piccolo elemento costitutivo di una linea, il valore di una minima comune misura, è messa in dubbio dalla realtà delle linee incommensurabili.

Questa revisione, iniziata presumibilmente dagli stessi Pitagorici che per giustificare l'incommensurabilità sono costretti ad assegnare alla loro monade il carattere di indivisibilità, è portata avanti dai filosofi della Scuola di Elea.

E se da una parte PARMENIDE chiarisce che i principi, quali concetti primitivi, possono essere rivelati soltanto mediante la negazione degli attributi che caratterizzano gli enti derivati, secondo una testimonianza di PROCLO che gli attribuisce appunto il criterio definitorio in base al quale "le definizioni negative si addicono ai principi" (94, 10), dall'altra ZENONE, con le sue famose antinomie, rivela le intrinseche contraddizioni che si nascondono nella concezione pitagorica della linea come allineamento di punti e spinge la sua critica sino a negare l'esistenza stessa del punto (DK 29 A 21 = ARIST. *Metaph.* B 4, 1001 b 7)[2].

Le sue speculazioni, che vogliono essere anche costruttive, lo portano ad ammettere un ente puramente intellegibile, l'uno (*τὸ ἕν*), avente, come l'essere di PARMENIDE unico, immobile ed indivisibile, l'attributo proprio di indivisibilità, nel quale il nostro concetto di punto può essere inquadrato.

Sotto la spinta di questa critica i Pitagorici non tardano ad identificare la loro monade con l'uno zenoniano, tanto che TEONE di Smirne può affermare:

"Archita e Filolao chiamano indifferentemente l'uno anche monade e la monade uno" (DK, 44 A 10 = THEO Smyrn. 20,19).

---

tics", v. **48**, 1945, pp. 242–264 e S. HELLER, *Ein Beitrag zur Deutung der Teodoros-Stelle im Platons Dialog Thaeetet*, in "Centaurus", v. **5**, 1956, pp. 1–58) congetturano che la prima incommensurabilità osservata e studiata da IPPASO di Metaponto sia stata quella del lato e della diagonale di un pentagono.

Senza voler negare che IPPASO abbia studiato per primo quest'ultima incommensurabilità, per l'interesse che il pentagramma o la stella a cinque punte, presumibile simbolo della stessa scuola pitagorica, suscitava nell'ambiente, riteniamo che la prima incommensurabilità presentatasi sia stata quella tra il lato e la diagonale di un quadrato, unica incommensurabilità che ARISTOTELE richiama e frequentemente, presentandola talvolta (*Metaph.* A 2, 983 a 20) come esempio di fatto geometrico incontestabile razionalmente, anche se incomprensibile al senso comune. (*Cfr.* S. MARACCHIA, *Aristotele e l'incommensurabilità*, in "Archive for History of Exact Sciences", v. **21**, 1980, pp. 201–228, dove sono citati tutti i brani di ARISTOTELE sulla incommensurabilità tra il lato e la diagonale di un quadrato.)

[2] Questa interpretazione è quella che è stata sviluppata principalmente dagli storici della matematica (*cfr.*, ad es., F. ENRIQUES, *La polemica eleatica per il concetto razionale della geometria*, in "Periodico di matematiche", 1923, p. 85).

Altri critici (*cfr.*, ad es., M. UNTESTEINER, *Zenone, testimonianze e frammenti*, Firenze, La Nuova Italia, 1963, p. xxx) sostengono che essa era rivolta anche contro altre correnti di pensiero del tempo. Altri ancora (*cfr.*, ad es., A. SZABÒ, *Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik*, in "Osiris", v. **14**, 1962, pp. 327–332) negano una polemica di ZENONE contro i PITAGORICI.

3.

Alla concezione dell'uno eleatico si accosta anche PLATONE il quale ne discute particolarmente nei due dialoghi, il *Sofista* ed il *Parmenide*[3]; anzi in questo secondo dialogo egli enuclea le proprietà negative che caratterizzano l'uno, alcune delle quali sembrano proprio mutuate dal nostro ente geometrico.

Che l'uno di PLATONE, come quello eleatico, comprenda in sè il concetto di punto lo conferma lo stesso PROCLO, nel suo commento alla prima definizione euclidea, quando dice, anche se in forma dubitativa:

"sembra che, secondo Platone, il *punto* porti, se si può dire, l'immagine dell'uno" (104,5–6).

In realtà PLATONE nelle sue opere non accenna mai al concetto di punto geometrico e mostra di non avere o di non volere usare un termine specifico per designarlo, preferendo all'occorrenza nomi speciali per punti particolari[4].

L'assenza di un termine specifico per il punto, che contrasta con la sua aspirazione ad assegnare ad ogni ente una parola atta ad esprimerne la proprietà caratteristica, possibilmente in forma onomatopeica, si può collegare con la riluttanza ad ammettere il punto come ente che gli attribuisce ARISTOTELE; questi afferma che PLATONE rigettava come "opinione dei geometri" il concetto di punto e preferiva invece individuare nella "linea indivisibile" l'inizio della linea (*Metaph.* A 9, 992 a 20–24)[5].

Sfortunatamente non abbiamo, in tutta la letteratura filosofico-matematica greca, un altro passo in cui sia meglio chiarita la posizione di PLATONE, nonostante la questione sia stata frequentemente dibattuta, come sembra voglia dire ARISTOTELE, in seno all'Accademia.

Solo una volta lo stesso ARISTOTELE, in un passo che riporteremo in seguito (n. 8), lo accomuna ai Pitagorici e gli attribuisce, per il punto, l'uso della parola *μονάς*.

4.

Intanto lo sviluppo della scienza matematica, che porta gli stessi Pitagorici a scindere la loro iniziale aritmo-geometria nelle due grandi branche del discreto,

---

[3] Per le definizioni dell'uno date da PLATONE *cfr.* V. VITA, *Sulle definizioni preeuclidee di punto*, in "Cultura e scuola", n. 76, 1980, pp. 242–247.

[4] Così, ad esempio, l'estremo di un segmento di retta è da lui chiamato *ἡ τελευτή*, i due estremi *τὰ ἔσχατα*, il punto interno *τὸ μέσον*, il vertice di un anglolo *ἡ γονία*. *Cfr.* CH. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Strasbourg-Zurich, Heitz, 1948, p. 20.

[5] La traduzione del passo sarà riportata nel n. 5. L'interpretazione è quella di M. TIMPANARO CARDINI, *Pseudo-Aristotele, De lineis insecabilibus*, Milano-Varese, Istituto editoriale cisalpino, 1970, p. 15, la quale si attiene alla lezione di W. D. ROSS, *Aristotle's Metaphysics*, Oxford, The Clarendon Press, 1924, v. 1, p. 203.

Una diversa interpretazione dà T. L. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, Oxford, The Clarendon Press, 1924, p. 199. *Cfr.* anche MUGLER, *Platon* cit., p. 187.

aritmetica e musica, e del continuo, geometria ed astronomia, spinge alla ricerca di termini specifici atti a distinguere nettamente l'unità aritmetica ed il punto geometrico.

E mentre i Pitagirici continuano ad adoperare il loro termine *μονάς* per indicare l'uno e l'altro concetto, aggiungendo, quando il contesto del discorso lo esige, la specificazone *ἄθετος* (senza posizione) per l'unità aritmetica e *θέσιν ἔχουσα* (avente posizione) per il punto geometrico, in altri ambienti per designare quest'ultimo concetto incominciano ad imporsi due nuovi termini *ἡ στιγμή* e *τὸ σημεῖον*, entrambi mutuati dal linguaggio corrente[6], ed *ἡ μονάς* viene riservato alla sola unità arithmetica[7].

5.

I due nuovi termini li troviamo adoperati, entrambi per la prima volta, negli scritti di ARISTOTELE, ma in contesti ed argomenti diversi.

ARISTOTELE adopera *στιγμή* quando vuole indicare il punto elemento di una linea, o di una figura in genere, elemento cioè appartenente all'insieme infinito di punti che caratterizza una figura geometrica, adopera invece *σημεῖον* quando vuole riferirsi al punto che appare nelle costruzioni geometriche, nelle dimostrazioni delle proposizioni o nelle interpretazioni matematiche dei fenomeni fisici.

Il primo termine appare quindi pertinente alla geometria nelle sue connessioni con la filosofia, nelle questioni cioè sollevate dalla "critica dei principi"; il secondo alla geometria creativa nel suo sviluppo autonomo.

A sostegno di questa nostra affermazione riportiamo solo alcuni dei numerosi passi nei quali ARISTOTELE adopera ora l'uno ora l'altro dei nostri due termini[8].

Tra quelli del primo gruppo citiamo la definizione in cui ARISTOTELE sintetizza la differenza tra l'uno, l'unità ed il punto:

"L'uno indivisibile secondo la quantità si chiama unità se è indivisibile in tutti i modi ed è privo di posizione, si chiama invece PUNTO se è indivisibile in tutti i modi ed occupa una posizione" (*Metaph.* 6, 1016 b 24–26),

---

[6] Nella letteratura classica greca *σημεῖον* si trova adoperato con diversi significati: "segno", "segnale", in ERODOTO, SENOFONTE ed EURIPIDE; "presagio" in SOFOCLE e PLATONE; "insegna" in ERODOTO e SENOFONTE; "segno di confine" (il più vicino al nostro concetto), in DEMOSTENE e "sintomo", nel medico IPPOCRATE. ARISTOTELE lo adopera come "segno premonitore" in "*La divinazione nel sonno*" e più spesso, nell'espressione *σημεῖον δὲ*, con il valore di "ecco la prova", all'inizio di un ragionamento dimostrativo. *Στιγμή* mantiene sempre il significato di "puntura", "marchio".

[7] Dovendo tradurre i termini *στιγμή* e *σημεῖον* entrambi con la stessa parola "punto", trascriveremo questa in maiuscoletto quando traduce la parola greca *στιγμή*, in corsivo quando traduce la parola greca *σημεῖον*.

Inoltre tradurremo *μονάς* con "monade" quando mantiene il significato pitagorico di punto-unità, con "unità" quando si riferisce alla sola unità aritmetica.

[8] Un ampio esame dei brani aristotelici in cui sono adoperati i due termini si può trovare in V. VITA, *Il punto nella terminologia di Aristotele*, in "Cultura e Scuola", n. 72, 1979, pp. 217–224.

e quello, già citato, sulla posizione di PLATONE nei riguardi del punto:

"Da che cosa si possono far derivare i PUNTI? Platone si opponeva a questo genere di enti ritenendoli opinioni dei geometri e chiamava invece inizio di linea, insistendo spesso su questo concetto, le linee indivisibili. Tuttavia anche queste linee debbono avere un limite e quindi, per lo stesso motivo per cui esiste la linea, esiste anche il PUNTO." (*Metaph.* A 9, 992 a 20–24).

Ed ancora uno sulla costituzione della linea:

"E' impossibile che il continuo sia composto di indivisibili, ad esempio che la linea sia composta di PUNTI, se veramente la linea è continua ed il PUNTO indivisibile" (*Phys.* Z 1, 231 a 24–26).

Tra quelli del secondo gruppo citiamo i due teoremi di geometria che ARISTOTELE enuncia e dimostra nel terzo libro della *Metereologia*:

"Da uno stesso *punto* verso uno stesso *punto* linee uguali si spezzeranno sempre su una circonferenza" (*Γ* 3, 373 a 3–5),

"Lo stesso rapporto nello stesso piano non potrà sussistere fra segmenti che dagli stessi *punti* sono condotti verso *punti* che non giacciono su una circonferenza" (*Γ* 5, 376 a 8–9)[9].

Non pochi sono i passi nei quali i nostri termini sono impiegati entrambi nello stesso contesto del discorso, sempre con lo stesso criterio.

Il più significativo di questi è un lungo brano del primo libro *Della generazione e della corruzione*, nel quale ARISTOTELE critica la teoria atomistica di DEMOCRITO. Discutendo il problema della costituzione dei corpi, che considera sotto l'aspetto geometrico (*σῶμα καὶ μέγεθος*) (316 a 15), egli adopera, come al solito, *σημεῖον* per indicare il punto generico della grandezza in cui si effettua la divisione e *στιγμή* ogni qualvolta vuole riferirsi all'elemento costitutivo della grandezza stessa.

A conclusione del suo dire egli però così esclama:

"Non esiste un *punto* che sia contiguo ad un altro *punto* o un PUNTO che sia contiguo ad un altro PUNTO" (A 2, 317 a 11–12).

Si rende cioè pienamente conto che le due parole esprimono sostanzialmente

---

[9] Con linguaggio moderno questi due teoremi si possono così enunciare:

Il luogo dei punti dello spazio le cui distanze da due punti fissi sono costanti è una circonferenza.

Il luogo dei punti del piano le cui distanze da due punti fissi hanno un rapporto costante, diverso da uno, è una circonferenza.

Quest'ultima è quella che oggi viene comunemente chiamata "circonferenza di Apollonio" (*cfr.* V. VITA, *Su un luogo geometrico studiato da Aristotele*, in "Archimede", n. 3, 1979, pp. 172–177).

lo stesso concetto e, quasi a volere accontentare i sostenitori dell'una e dell'altra parola, enuncia con esse due volte la stessa proprietà:

οὐ γάρ ἐστιν ἐχόμενον σημεῖον σημείον ἤ στιγμὴ στιγμῆς[10].

6.

Presso quale corrente di pensiero ed in quale periodo storico il termine *ἡ στιγμή* si diffonde e si afferma come termine scientifico? Quando è introdotto con il nostro significato il termine *τὸ σημεῖον* ed in quale ambiente si diffonde?

Il MUGLER, in un interessante studio storico della terminologia geometrica greca, sostiene che i due termini hanno avuto una successione cronologica, che nel periodo prearistotelico il termine impiegato per designare il punto geometrico era esclusivamente *στιγμή* e che dopo ARISTOTELE questo è stato sostituito da *σημεῖον*[11].

Egli giustifica questa sua ipotesi affermando che il primo si trova nelle opere dei commentatori del periodo della decandenza, che pure impiegano nei loro scritti sistematicamente il secondo, solo quando è riportato il pensiero dei primi filosofi su questa fondamentale nozione geometrica, ma è costretto ad ammettere che esso si presenta solo nelle testimonianze e mai nei frammenti degli stessi filosofi presocratici, riconosciuti autentici dagli studi filologici.

A suo dire inoltre PLATONE scartava *στιγμή* perchè questo vocabolo, richiamando l'idea della "puntura" e l'azione del verso *στίζειν*, "pungere", gli appariva troppo legato ad una concezione materiale della geometria e quindi poco adatto ad esprimere l'essenza di un ente razionale puramente intellegibile; d'altra parte anche *σημεῖον* non poteva soddisfarlo non contenendo questo secondo termine alcun riferimento ad una proprietà caratteristica del punto.

7.

Noi pensiamo invece che i due termini *στιγμή* e *σημεῖον* siano passati nel linguaggio scientifico pressochè nello stesso periodo di tempo, quando si è av-

---

[10] Il MUGLER, nel tradurre questo passo, così commenta (*cfr.* ARISTOTE, *De la génération et de la corruption*, Paris, Les belles lettres, 1966, p. 82):

"Ici, cependant, les deux termes ne sont pas synonymes; *σημεῖον* signifie le point géométrique, *στιγμή* le point physique, l'endroit précis où l'instrument pointu devra *στίζειν*, *pungere*, pour opérer la division physique d'un corps".

Noi riteniamo invece che *στιγμή* sia, non il punto "fisico", la particella piccolissima del corpo, contro la cui teoria il Nostro muove la sua critica, ma il punto elemento della grandezza geometrica individuata dal corpo materiale.

Tuttavia dobbiamo avvertire che nel brano aristotelico non è netta la distinzione tra divisibilità matematica e divisibilità fisica.

[11] MUGLER, *Platon* cit., p. 21.

In precedenza la stessa ipotesi è stata avanzata da F. ENRIQUES in *Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna* editi con il concorso di diversi collaboratori, Bologna, Zanichelli, 1925, v. 1, p. 28.

vertita la necessità, da una parte di svincolare il concetto di punto geometrico dalla concretezza della monade pitagorica e di enuclearlo dalla genericità dell'uno eleatico, dall'altra di indicare il punto generico nelle sempre più complesse proposizioni geometriche.

Esaminiamo dapprima il caso di *στιγμή*.

Una circostanza potrebbe portarci a congetturare che questo termine sia stato usato, e forse anche introdotto, dal sofista PROTAGORA.

Secondo quanto ci riferisce ARISTOTELE, questo filosofo sosteneva, "in polemica con i geometri", che "il cerchio non tocca la riga in un PUNTO" (*Metaph.* B 2, 998 a 2). Nelle pseudo-aristoteliche *Questioni meccaniche*, dove è adoperato sistematicamente *σημεῖον*, il termine *στιγμή* è usato soltanto a proposito della tangenza di una circonferenza con una retta (8, 851 b 22, 28). Questo secondo fatto, collegato con la citazione precedente, porterebbe a pensare che il peripatetico autore delle *Questioni*, nel richiamare la proprietà geometrica oggetto di discussione tra PROTAGORA ed i suoi interlocutori, ritenesse di non potere sostituire con il termine usuale la parola che nella questione era stata adoperata specificamente, e forse per primo, dallo stesso sofista.

Ma nel periodo di maggiore attività di PROTAGORA, cioè nella seconda metà del secolo V, la scena delle discussioni scientifico-filosofiche è dominata dalle antinomie rilevate da ZENONE e dai tentativi fatti dalle diverse scuole contemporanee, non ultima la ancora fiorente scuola pitagorica, di trovare una loro soluzione.

ZENONE però non adopera il termine *στιγμή*, come attesta SIMPLICIO in un passo del suo commento alla *Fisica* di ARISTOTELE dove, richiamandosi ad EUDEMO da Rodi, afferma appunto che l'ELEATE "chiama uno il PUNTO" (*τὴν στιγμὴν ὡς τὸ ἕν λέγει*) (*Phys.* 99,10 = DK, 29 A 21); così pure il pitagorico FILOLAO, come farà ancora più tardi ARCHITA, contemporaneo di PLATONE, non usa tale termine, ma preferisce impiegare indifferentemente il proprio *ἡ μονάς* o l'eleatico *τὸ ἕν*, secondo quanto riferisce, come abbiamo detto (n. 2), TEONE da Smirne. Ed è difficile pensare che questi filosofi, in presenza di una parola atta ad esprimere chiaramente e con precisione il concetto di punto, continuassero ad adoperare, nelle loro discussioni sempre più sottili, i propri termini, piuttosto vaghi ed imprecisi.

Riteniamo pertanto di potere affermare che, sempre nella seconda metà del secolo V, per designare una ancora non ben definita nozione di punto geometrico, erano adoperati i termini *μονάς* ed *ἕν* e che *στιγμή* non era ancora entrato a far parte della terminologia filosofico-matematica[12].

Nella prima metà del nuovo secolo, il IV, la reazione all'esasperato relativismo dei Sofisti, i quali con i loro cavillosi giuochi di parole avevano messo in luce e sotto accusa l'equivocità delle parole del linguaggio comune, porta da una parte, con SOCRATE e con PLATONE, alla ricerca dei concetti universali e delle parole atte ad esprimere univocamente la loro essenza, dall'altra, con EUDOSSO, all'instaurarsi di un linguaggio specializzato "privo di equivoci", atto a "liberare la matematica da ogni antinomia"[13].

---

[12] In questa ipotesi si deve evidentemente dire, cosa che non è affatto strana, che l'affermazione di PROTAGORA è da ARISTOTELE riportata nel linguaggio del suo tempo.

[13] L. GEYMONAT, *Storia della matematica*, in "Storia della scienza", Torino, UTET, 1965, v. 1, p. 322.

In questo clima culturale ed anche in concomitanza con l'allargarsi delle questioni epistemologiche, in particolare con il sempre vivo problema della costituzione del continuo, deve essersi chiarita gradualmente la nozione di punto geometrico ed essersi sentita quindi la necessità di introdurre per esso un termine specifico, *στιγμή*.

Inizialmente, dato il rifiuto di PLATONE ad accogliere il concetto di punto ed il culto dei PITAGORICI per la loro monade, il nuovo termine può essersi diffuso soltanto in una ristretta cerchia di pensatori, in un ambiente filosofico diverso, e forse anche in contrasto, sia con gli stessi circoli pitagorici che con l'Accademia[14].

Un'affermazione di ARISTOTELE conferma, a nostro avviso, che *στιγμή* ancora ai suoi tempi, nella seconda metà dello stesso IV secolo. non era un termine universalmente accettato. Nel terzo libro del trattato *Sull'anima*, discutendo sulla possibilità dell'anima sensitiva di comparare ed unificare sensazioni diverse, egli dice:

"Avviene qui come per quello che alcuni chiamano PUNTO" (*Ἀλλ' ὥσπερ ἣν καλοῦσί τινες στιγμήν*) (*Γ* 2, 427 a 10),

quasi a voler precisare l'origine non lontana del termine o la non ancora avvenuta codificazione.

In altri brani lo stesso ARISTOTELE adopera ancora *μονάς* per designare il nostro punto, ma ogni volta accanto a *στιγμή*, come a voler spiegare il significato del nuovo termine o a stabilirne l'equivalenza con quello arcaico più comunemente usato:

"Le altre cose quando sono aggiunte, in un modo rendono più grande, in un altro no, come la superficie e la linea; ma il PUNTO, cioè la monade, in nessun modo" (*τὰ δὲ ἄλλα πῶς μὲν προστιθέμενα ποιήσει μεῖζον, πῶς δ' οὐθέν, οἷον ἐπίπεδον καί γραμμή, στιγμὴ δὲ καὶ μονὰς οὐδαμῶς*) (*Metaph.* B 4, 1001 b 10–13).

"Ma in realtà il solido è meno sostanza della superficie, questa della linea, questa della monade, cioè del PUNTO" (*ἀλλὰ μὴν τὸ σῶμα ἧττον οὐσία τῆς*

Il GEYMONAT ascrive a merito dei Sofisti, come conseguenza delle loro critiche e delle loro analisi, la costituzione di un linguaggio matematico formalizzato. S. MARACCHIA (*cfr. I Sofisti e la matematica*, in "Archimede", n. **4**, 1977, p. 193) ritiene che questa sia piuttosto da attribuire alla reazione antisofistica del periodo storico in esame.

[14] In quest'ordine di idee possiamo supporre che ad introdurre il nostro termine sia stato qualche filosofo atomista il quale, per esemplificare un corpo di piccolissime dimensioni, può aver fatto ricorso alla traccia lasciata da una punta acuminata.

Con un'ipotesi più ristretta, e per ciò stesso anche più fantasiosa, possiamo riferirci al maggiore rappresentante di questa scuola, DEMOCRITO, di cui sappiamo, da ARCHIMEDE e da PLUTARCO, il forte interesse per le questioni infinitesimali. Le sue idee inoltre furono fortemente avversate da PLATONE che non lo nomina mai nei suoi scritti ed anzi, secondo una "voce" accolta da ARISTOSSENO e riportata da DIOGENE LAERZIO (IX, 40), avrebbe voluto vederne bruciate tutte le opere.

ἐπιφανείας καὶ αὕτη τῆς γραμμῆς, καὶ αὕτη τῆς μονάδος καὶ τῆς στιγμῆς) (*Metaph.* B 5, 1002 a 4–6)[15].

8.

Più difficile appare, per la mancanza di una adeguata documentazione, avanzare una congettura plausibile su *τὸ σημεῖον*.

Questo termine comunque, a nostro avviso, deve essere stato adoperato inizialmente negli studi di astronomia, con riferimento ai "segni" forniti dalle stelle, alle posizioni cioè degli astri nel cielo stellato. E' indicativo a questo proposito il fatto che ARISTOTELE in tutta la *Metafisica*, dove adopera sistematicamente *στιγμή* per il suo valore filosofico, impieghi invece *σημεῖον* una sola volta e proprio per indicare i punti del cielo stellato:

"L'astronomia non può considerare le grandezze sensibili o il cielo che vediamo, perchè le linee sensibili non sono tali quali li considera il geometra [.....], nè i movimenti e le spirali del cielo sono quali quelli di cui tratta l'astronomia, nè i *punti* hanno la stessa natura degli astri" (B 2, 997 b 34–998 a 6).

Dopo le prime vaghe formulazioni cosmologiche dei filosofi del VI e del V secolo, solo nella prima metà del IV secolo l'astronomia riceve, specialmente con EUDOSSO[16], il suo primo approccio matematico ed è in questa occasione, riteniamo, che il nostro termine deve essere stato usato per la prima volta con un significato molto vicino al nostro.

Passato poi quasi inavvertitamente nelle questioni prettamente geometriche, ha avuto, almeno inizialmente, una diffusione, forse, più lenta di quella di *στιγμή*, data la minore necessità di ricorrere, nelle dimostrazioni delle proposizioni geometriche, ad un termine specifico per indicare il punto in generale; la lingua corrente offriva infatti un ampio ventaglio di parole alternative per designare all'occorrenza punti particolari, come già abbiamo constatato in PLATONE (n. 3)[17], o la possibilità di ricorrere all'uso di semplici preposizioni. Lo stesso ARISTOTELE preferisce, e non raramente, adoperare espressioni del genere[18].

---

[15] Nelle precedenti due frasi abbiamo tradotto l'ultimo *καί* con "cioè" per mettere in risalto ed esplicitare l'endiadi presente nel testo greco. In effetti i due termini coordinati indicano qui lo stesso ente, il punto geometrico.

Nei brani in cui sono inserite queste due frasi ARISTOTELE muove una critica ai Pitagorici e sembra quindi che egli adoperi *μονάς* anche per aderire alla loro terminologia (*cfr.* anche *Metaph.* Z. 2, 1028 b 16–17).

[16] F. F. REPELLINI, *Cosmologie greche*, Torino, Loescher, 1980, p. 163.

[17] Altre parole, oltre a quelle elencate nella nota (4), sono: *ἡ διαίρεσις* per "punto di divisione", *ἡ τομή* per "punto di intersezione", *ἡ διχοτομία* per "punto di bisezione", *ἡ σύμπτωσις* per "punto di confluenza" e quindi "punto d'incontro". In generale è adoperata la stessa parola che esprime la proprietà che individua il punto. *Cfr.* CH. MUGLER, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris, Klincksieck, 1959, alle rispettive voci.

[18] Ad esempio, *ἀκμὴ δ'ἐστὶν ἢ ὅθεν φέρεται ἢ οἷ ἢ ἀνὰ μέσον* (il culmine è situato o nel punto di partenza, o nel punto di arrivo, o in un punto intermedio) (*De caelo* B 6, 288 a 20).

Solo in un secondo tempo, con l'ampliarsi delle conoscenze matematiche e con il moltiplicarsi delle opere di contenuto matematico, il termine in esame deve avere acquistato totalmente il nostro significato e diffondersi così nell'ambiente strettamente matematico.

ARISTOTELE lo riceve come termine codificato della relativa letteratura.

Che i due termini *στιγμή* e *σημεῖον* si siano affermati in modo autonomo e si siano diffusi in due ambienti culturali nettamente distinti ci è confermato, oltre che indirettamente, come abbiamo visto, dall'impiego che ne fa ARISTOTELE nelle sue opere, direttamente da quanto questi stesso dice in un passo di un frammento dell'opera *Del bene*, tramandatoci da ALESSANDRO di Afrodisia nel suo commento alla *Metafisica*:

"Platone ed i Pitagorici supposero che principi delle cose che sono fossero i numeri, perchè ad essi sembrò che fosse principio il primo ed il semplice; che elementi primi dei corpi fossero i piani, ..., che, per lo stesso motivo, elementi primi dei piani fossero le linee e delle linee i PUNTI, che i matematici chiamano *punti* e che essi chiamano monadi" (*γραμμῶν δὲ στιγμαὶ, ἃς οἱ μαθηματικοὶ σημεῖα αὐτοὶ δὲ μονάδος ἔλεγον*) (ALEX. APHR., *in Metaph.* 55,20 = ROSS, *Arist. frag.*, fr. 2 *De bono*).

9.

Se *στιγμή* appare nelle opere greche della seconda metà del IV secolo più frequentemente adoperato che *σημεῖον*, ciò è dovuto al fatto, riteniamo, che di questo periodo ci sono state tramandate le opere filosofiche, mentre quelle matematiche, che pure non erano scarse, sono state completamente eclissate dalla successiva comparsa degli *Elementi* di EUCLIDE. Di quanto hanno scritto DEMOCRITO, TEETETO, EUDOSSO ed altri non meno originali matematici, degli *Elementi* composti da IPPOCRATE di Chio, da LEONE e da TEUDIO di Magnesia, ricordati da PROCLO nel suo "riassunto storico", ci resta solo qualche sporadica testimonianza, assolutamente insufficiente a dirci della terminologia da loro adoperata[19].

L'unico scritto autentico di contenuto matematico che ci è stato tramandato del periodo preeuclideo appartiene al periodo immediatamente successivo ad ARISTOTELE ed è un frammento della *Storia della geometria* scritta da EUDEMO di Rodi. Il frammento tratta le lunule quadrabili studiate da IPPOCRATE ed è riportato integralmente da SIMPLICIO, nel suo commento alla *Fisica* dello STAGIRITA, con le stesse parole del suo autore, secondo quanto egli afferma[20].

---

[19] Le testimonianze pervenuteci, ad esempio quella di EUTOCIO sulla soluzione di ARCHITA del problema di Delo o anche quella di SIMPLICIO sulle lunule di IPPOCRATE (di cui diremo appresso), permettono, assieme agli accenni ed alle notizie sparse nelle opere filosofiche, la ricostruzione, almeno in parte, della matematica preeuclidea, ma, ai fini della nostra ricerca, non possono essere prese in considerazione perchè scritte in un periodo storico posteriore al nostro.

[20] *Fragmenta philosophorum graecorum*, v. 8, *Eudemi Rhodii peripatetici*, collegit MULLACHIUS, Paris, Firmin-Didot, 1886, pp. 270–275.

Sulla questione riguardante l'autenticità del passo di EUDEMO *cfr.* T. L. HEATH, *A history of greek mathematics*, Oxford, The Clarendon Press, 1921, v. 1, p. 184.

In esso il termine *σημεῖον* non è adoperato (nè tanto meno è usato *στιγμή*) ed il punto è indicato con l'espressione ellittica *τὸ ἐφ'ᾧ A* (ciò in cui è A), in cui è evidentemente sottinteso il nostro termine, espressione che riscontriamo talvolta in ARISTOTELE e che scompare dal linguaggio geometrico solo dopo EUCLIDE[21].

Per contro, nei due libri di astronomia, *Sul movimento della sfera* e *Sul sorgere e sul tramontare delle stelle*, scritti da AUTOLICO di Pitane, contemporaneo di EUCLIDE ma verosimilmente poco più anziano[22], essendo questi libri quasi coevi degli *Elementi*, il termine *σημεῖον* è adoperato sistematicamente[23].

10.

Il MUGLER, sviluppando una congettura dell'HEIBERG[24], avanza anche l'ipotesi che sia stato l'atteggiamento negativo di PLATONE ad influire sui geometri successivi, portandoli a sostituire al termine *στιγμή* il termine *σημεῖον* che, come "segno", appariva più idoneo ad esprimere l'essenza del punto.

A nostro avviso, il consolidarsi del secondo e l'eclissarsi del primo sono da attribuire ad altri fattori.

Dopo la morte di ARISTOTELE, infatti, il processo di specializzazione dei vari rami del sapere, che già si era iniziato in seno alla sua scuola, si accentua progressivamente sino ad affermarsi definitivamente nel Museo di Alessandria, dove la cultura si frantuma al massimo ed ogni ricerca si rivolge a studiare i problemi specifici del proprio campo. La filosofia abbandona l'interpretazione dei fenomeni naturali per dedicarsi esclusivamente ai problemi interni dell'uomo; la ricerca scientifica, a sua volta, si sviluppa in forma assolutamente autonoma, senza chiedere alla filosofia l'ausilio della interpretazione epistemologica. Tra scienza e filosofia e, per quel che ci riguarda, tra matematica e filosofia, il divario si fa completo: i filosofi trascurano la ricerca matematica della quale non afferrano più il senso, rinunziando anche a fare, nelle loro argomentazioni, qualsiasi ricorso ad esempi matematici; i geometri, da parte loro, non mostrano nessun interesse verso le speculazioni filosofiche[25].

In questo clima culturale il termine che s'impone è evidentemente *σημεῖον*.

EUCLIDE lo adotta nelle sue opere e con esso inizia, quasi a sancirne definitivamente il trionfo, il suo grande trattato. ARCHIMEDE, APOLLONIO ed i geometri loro successori, sino alla caduta della civiltà greca, confermano questa scelta.

---

[21] MUGLER, *Dictionnaire* cit., p. 376.

E' stata avanzata da qualcuno (*cfr.* HEATH, *A history* cit., p. 199) la congettura che il brano di EUDEMO riporti a sua volta testualmente le espressioni di IPPOCRATE. In questa ipotesi, l'assenza di *σημεῖον* potrebbe anche significare che in quell'epoca questo termine non era ancora entrato nella comune terminologia matematica.

[22] P. H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, Paris, Les belles lettres, 1950, p. 84.

[23] MUGLER, *Dictionnaire* cit., p. 376.

[24] J. L. HEIBERG, *Mathematisches zu Aristoteles*, in "Abhandlungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften", Leipzig, Teubner, 1904, p. 8.

Cfr. anche T. L. HEATH, *The thirteen books of Euclid's Elements*, New York, Dover pubblications, 2° ed., 1956, v. 1, p. 156.

[25] L. GEYMONAT, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Milano, Garzanti, 1970, v. 1, p. 284.

11.

Ma il termine *στιγμή* non scompare del tutto dall'ambiente filosofico, dove continua ad essere impiegato, anche se sempre meno frequentemente, in quelle rare volte in cui sono affrontate questioni geometriche.

E' il caso, ad esempio, del trattato *Contro i matematici* del filosofo scettico SESTO EMPIRICO, vissuto nella seconda metà del II secolo d.C. In vari passi di quest'opera, e particolarmente nel terzo libro diretto contro i geometri, l'autore, esponendo le sue argomentazioni demolitrici dei fondamenti della geometria, adopera ancora, accanto all'affermato *σημεῖον*, l'ormai arcaico *στιγμή*.

Di questi passi riportiamo soltanto alcune frasi che ci sembrano sufficientemente esemplificative:

"Pertanto, procedendo con ordine, parliamo prima del PUNTO, poi della linea ed infine della superficie e del corpo" (III, 21);

"Essi [i geometri] dicono che la linea è generata dallo scorrere di un PUNTO" (III, 19),

ma poco dopo è detto anche:

".... come il *punto* scorrendo genera la linea" (III, 77).

Di grande interesse si presentano anche alcune frasi nelle quali SESTO adopera i due termini contemporaneamente, con lo scopo di chiarire il significato dell'uno, *στιγμή*, attraverso i caratteri peculiari dell'altro, *σημεῖον*, fissati dalle definizioni di EUCLIDE, ed a dimostrazione dell'identità dei due concetti, filosofico e geometrico:

"Per questo, volendo illustrarlo, [i geometri] dicono che il PUNTO è un *punto* senza parti e senza dimensioni o il limite della linea" (III, 20);

"Quindi il PUNTO, che essi definiscono come un *punto* senza dimensioni, deve pensarsi o come corporeo o come incorporeo ...., ma il PUNTO è pensato come generatore della linea e quindi il PUNTO non è un *punto* senza dimensioni" (III, 22).

Ed ancora:

"Se esso si stende su un luogo indivisibile, ancora una volta non è una linea, ma un PUNTO o un *punto*" (III, 33),

dove i due termini appaiono assolutamente equivalenti.

12.

Riteniamo non necessario, ai fini della nostra tesi, ricercare, e riportare, altri passi di opere filosofiche del periodo della decadenza nei quali è adoperato il termine *στιγμή*; diciamo solo che, ancora qualche secolo più tardi, al tramonto della civiltà greca, quando anche i filosofi, perduta ogni forza creativa, non procedono più alla costituzione di nuovi sistemi, ma preferiscono rifuggiarsi nei commenti alle opere della classicità, allora essi, trovatisi a dover parlare di nuovo dei fondamenti della geometria, impiegano qualche volta il vecchio termine, come quello che sempre è stato ritenuto proprio delle riesumate questioni.

Così, ad esempio, PROCLO, che pur segue PLATONE persino nella terminologia[26], non ha alcuna difficoltà a fissare, sempre nel suo *Commento al primo libro degli Elementi di Euclide*, la solita differenza:

"L'unità è senza posizione, mentre il PUNTO ha posizione" (59, 17);

e ad affermare, trattando dei due rami della matematica:

"Sono principi, della geometria il PUNTO avente posizione, dell'aritmetica l'unità" (59, 18–20).

In un altro brano della stessa opera, alla fine del commento alla definizione euclidea di punto, egli adopera assieme i nostri due termini:

"L'unità ed il numero posseggono l'esistenza nella nostra mente, ... mentre il *punto* si presenta alla mente come posto in un luogo ed è materiale rispetto alla materia intellegibile. Pertanto l'unità, essendo senza posizione, si presenta come immateriale e fuori di ogni distanza e luogo, mentre il *punto*, essendo dotato di posizione, si presenta nelle pieghe della mente anche come materiale. Data inoltre la comunanza dei principi, l'unità è più semplice del PUNTO, in quanto a causa della posizione il PUNTO eccede rispetto all'unità" (96, 1–14).

PROCLO fa queste affermazioni, le uniche dell'intero *Commento* nelle quali è adoperato il termine *στιγμή*, non per riferire il pensiero o le espressioni di antichi filosofi, ma per ribadire concetti e definizioni che ritiene sempre validi, con frasi nelle quali il vecchio termine, proprio del "principio" della geometria, appare consacrato dall'uso.

E d'altra parte constatiamo anche che, nel riportare la definizione di punto data dai Pitagorici:

"I Pitagorici definiscono il *punto* come unità che riceve una posizione" (95, 21–22),

egli adopera ancora l'usuale *σημεῖον*.

Roma
Ministero della pubblica istruzione

(Pervenuto in redazione il 12 giugno 1981)

[26] MUGLER, *Dictionnaire* cit., p. 13.